



کد مدرسه

دفترچه شماره ۱

آزمون

۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۶/۲

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۵	فصل ۲ (درس‌های ۲۰۱ و ۴)	فصل ۱ (درس ۱)
هندسه	فصل ۲	—	فصل ۱ (درس ۲ تا ابتدای دترمینان و کاربردهای آن) (صفحه ۲۲ تا ۲۶)
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۲)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱- اگر $f = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 25\}$ باشد، با حذف حداقل چند عضو از آن، به تابع تبدیل می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲- اگر $f(x-a) = \sqrt{b+x}$ و $g(3-x) = \sqrt{8-x}$ به طوری که توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ با هم برابر باشند، چه عددی است $a+b$ ؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

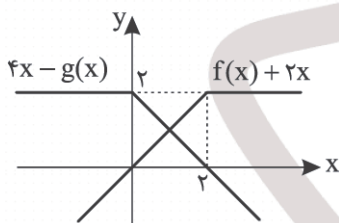
۳- دامنهٔ تعریف تابع $y = \sqrt{x} - \sqrt{12-x}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۸

۴- برد تابع $f(x) = x\sqrt{\frac{k}{x}} - 4$ شامل ۶ عدد صحیح غیرمنفی است. حدود k کدام است؟

- (۱) $5 \leq k < 6$ (۲) $10 \leq k < 12$
(۳) $16 \leq k \leq 20$ (۴) $20 \leq k < 24$

۵- نمودار توابع $y = f(x) + 2x$ و $y = 4x - g(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار $y = (f+g)(x)$ محور طول‌ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۶- اگر $f = \{(2, b), (-1, 2), (a, 1)\}$ و $g = \{(1, c), (2, 3), (b, 2)\}$ به طوری که $(0, -1) \in \text{gof}$ و $(3, 3) \in \text{fog}$ ، مقدار $cf(c) + bg(b-1)$ چه عددی است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۱۱

۷- اگر $g(x) = [2-x] + [x+2]$ و $f(x) = 4x^2 + ax$ به طوری که $y = \text{fog}(x)$ تابعی ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) -۲۸ (۳) ۲۴ (۴) -۳۶

۸- نمودار $f(x) = [x] - x - \sin \frac{\pi[x]}{4}$ در بازه $(-1, 4)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- با انبساط افقی و انقباض عمودی تابع $y = \frac{3}{4}f(\frac{3}{4}x)$ به کدام تابع می‌توانیم برسیم؟

$$y = 2f(3x) \quad (1)$$

$$y = 4f(\frac{x}{6}) \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{4}f(3x) \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{4}f(\frac{x}{4}) \quad (4)$$

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{6-x}$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کرده و سپس آن را α واحد به چپ انتقال می‌دهیم شکل به دست آمده

نمودار f را در نقطه‌ای به طول $x = -2$ قطع می‌کند. مقدار $f(-\alpha)$ چه عددی است؟

$$4 \quad (1) \quad 2\sqrt{2} \quad (2) \quad \sqrt{10} \quad (3) \quad 2\sqrt{3} \quad (4)$$

۱۱- نمودار $y = f(2 - \frac{x}{3})$ را ابتدا ۲ واحد به راست انتقال می‌دهیم. سپس طول نقاط آن را ۳ برابر می‌کنیم. به کدام ضابطه می‌رسیم؟

$$y = f(-x) \quad (1)$$

$$y = f(4-x) \quad (2)$$

$$y = f(\frac{24-x}{9}) \quad (3)$$

$$y = f(\frac{x-18}{9}) \quad (4)$$

۱۲- نقطه $A(x_0, y_0)$ روی نمودار $y = kx - x^2$ واقع شده است. نمودار را نسبت به محور عرض‌ها قرینه کرده و k واحد به راست انتقال

می‌دهیم. مختصات جدید A کدام است؟

$$(x_0, y_0) \quad (1)$$

$$(x_0 - k, y_0) \quad (2)$$

$$(k - x_0, y_0) \quad (3)$$

$$(x_0 + k, y_0) \quad (4)$$

۱۳- نمودار تابع $y = \frac{2x+k}{x-4}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و طول نقاط تابع به دست آمده را نصف می‌کنیم. اگر نمودار به دست

آمده، تابع ابتدایی را در نقطه‌ای به طول -1 قطع کند، k کدام است؟

$$-\frac{16}{7} \quad (1)$$

$$\frac{4}{17} \quad (2)$$

$$\frac{1}{17} \quad (3)$$

$$-\frac{24}{7} \quad (4)$$

۱۴- تابع $f(x) = \frac{1}{2-3x}$ را ۳ واحد به راست انتقال داده و طول نقاط را دو برابر می‌کنیم. تابع به دست آمده را g می‌نامیم. حال اگر ابتدا

طول نقاط را نصف کنیم و ۳ واحد به چپ انتقال دهیم و تابع به دست آمده را h بنامیم، مقدار $goh(-3)$ چه عددی است؟

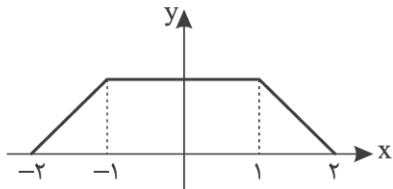
$$\frac{2}{41} \quad (1) \quad \frac{4}{39} \quad (2) \quad \frac{4}{41} \quad (3) \quad \frac{2}{43} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۱۵- نمودار سهمی $f(x) = x^2 - 2x + m$ را دو واحد به راست انتقال داده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. اگر رأس منحنی جدید بر نمودار تابع f واقع باشد، مقدار m کدام است؟

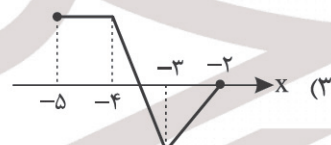
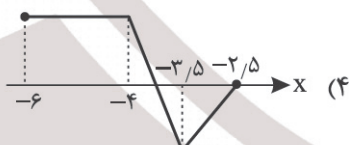
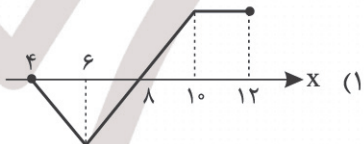
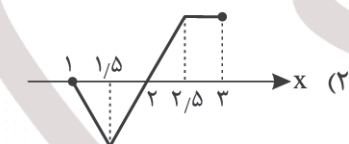
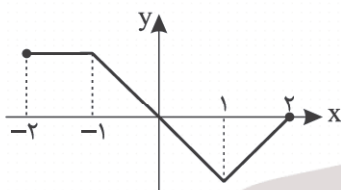
- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) -۱

۱۶- شکل زیر، نمودار $y = f(x)$ است. $y = f(a-x)$ فقط از یک ناحیه محورهای مختصات عبور می‌کند. حدود a کدام است؟



- (۱) $|a| \leq 2$
 (۲) $|a| \geq 2$
 (۳) $|a| \geq 4$
 (۴) $|a| \leq 4$

۱۷- شکل زیر، نمودار $y = f(x)$ است. نمودار $y = f(4-2x)$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۱۸- اگر $f(x) = 6x^2 - (ax+2)(b-2x) - b$ تابع ثابت باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

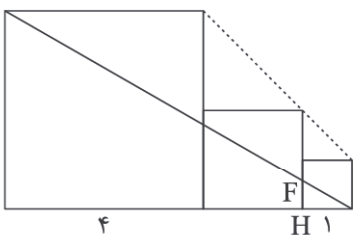
- (۱) -۴ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) ۴

۱۹- اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 3$ آنگاه حاصل $\frac{abc+abd}{b^2d}$ چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۲۰- در شکل زیر سه مربع در کنار هم قرار گرفته‌اند. طول پاره خط FH برابر کدام است؟



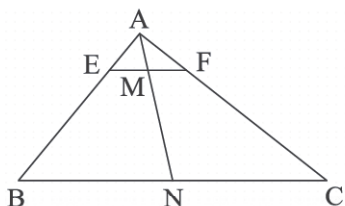
(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{2}{7}$

(۴) $\frac{4}{7}$

۲۱- در شکل زیر اگر $EF \parallel BC$ ، $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$ و نسبت مساحت مثلث AME به مساحت چهارضلعی $FMNC$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد، نسبت $\frac{MF}{BN}$ کدام است؟



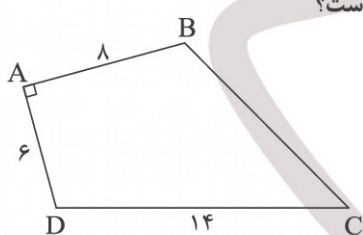
(۲) $\frac{1}{15}$

(۱) $\frac{1}{25}$

(۴) $\frac{1}{30}$

(۳) $\frac{1}{30}$

۲۲- در چهارضلعی ABCD از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M درون چهارضلعی قطع کنند. اگر $\hat{BDC} = 2\hat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



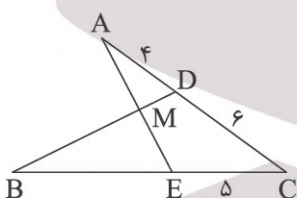
(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۲۳- در شکل زیر اگر $\hat{A} = \hat{B}$ باشد، نسبت مساحت مثلث AMD به مساحت مثلث BME کدام است؟



(۱) $\frac{16}{49}$

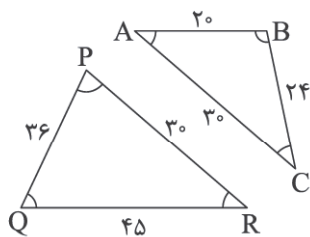
(۲) $\frac{25}{49}$

(۳) $\frac{36}{49}$

(۴) $\frac{49}{16}$

محل انجام محاسبات

۲۴- دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle PQR$ به شکل زیر مفروض اند. حاصل $\frac{\hat{A} + \hat{C} + \hat{P}}{\hat{P} + \hat{R} + \hat{C}}$ کدام است؟



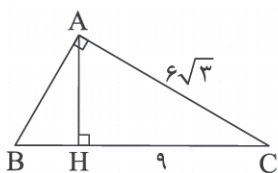
۱ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۴)

۲۵- در مثلث قائم الزویه $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AC = 6\sqrt{3}$ و $CH = 9$ است. طول بزرگ ترین میانه مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟



$\sqrt{108}$ (۱)

۶ (۲)

$\sqrt{63}$ (۳)

$\sqrt{117}$ (۴)

۲۶- به ازای کدام مقدار m ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

$-1/75$ (۴)

$-1/6$ (۳)

$-1/5$ (۲)

$-1/25$ (۱)

۲۷- اگر A ماتریس مربعی و $bI = aA + 3A^{-1}$ و ماتریس های $A - I$ و $A + 2I$ وارون هم باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس $(A^3 + A^2 - A + I)^{-1}$ چقدر است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 3 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$ و ماتریس X در تساوی ماتریسی $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند، آنگاه مجموع درایه های قطر

فرعی ماتریس X کدام است؟

۱۸ (۴)

-۱۴ (۳)

-۱۸ (۲)

۱۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۰- در حل دستگاه $\begin{cases} 2x + ay = 4 \\ 3x - by = 5 \end{cases}$ اگر $6a + 4b = 5$ باشد، مقدار y کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{4}{5}$

۳۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow |a| \leq |b|$ (۲) $a, b, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow a | kb \Rightarrow a | b$
 (۳) $a | b + c \Rightarrow a | b$ یا $a | c$ (۴) $a | b, c | b \Rightarrow ac | b$

۳۲- اگر $a, b, c \in \mathbb{Z}$ و بدانیم $a^2 | b^3$ و $b^2 | c$ کدام گزینه درست نمی‌باشد؟ ($b \neq 0$)

- (۱) $a^4 | c^3$ (۲) $a^2 | bc$
 (۳) $a^2 | c$ (۴) $a | c^2$

۳۳- روی منحنی $\frac{1}{y+1} = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1}$ چند نقطه با مختصات صحیح داریم؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) صفر

۳۴- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی که می‌تواند به جای x در عبارت $x^3 + x^2 - 6x$ قرار گیرد، به طوری که عبارت داده شده بر ۱۷ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۳

۳۵- اگر b عدد فرد و $a | b + 2$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم $a^2 + b^2$ بر عدد ۸ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۶- اگر a بزرگ‌ترین عدد طبیعی باشد که باقیمانده تقسیم آن بر ۱۲ از سه برابر مربع خارج قسمت، یک واحد کمتر است، مجموع مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد a کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۱۲

۳۷- حاصل $[90, (312, 1404)]$ کدام است؟

- (۱) ۲۳۴۰ (۲) ۲۴۳۰ (۳) ۳۴۲۰ (۴) ۴۳۲۰

محل انجام محاسبات

۳۸- فرض کنید $d > 0$ و $d \neq 1$ در رابطه‌های زیر صدق کند. مقدار d کدام است؟

الف) $d \mid 3n-1, d \mid 5n^2+2n+2$

ب) $\forall m > 0, m \mid 3n-1, m \mid 5n^2+2n+2 \Rightarrow m \leq d$

۶۱ (۴) ۵۹ (۳) ۲۹ (۲) ۳۱ (۱)

۳۹- اگر n عددی مربع کامل باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند بر ۷ بخش پذیر باشد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

n^2-3 (۴) n^2-1 (۳) n^2-4 (۲) n^2-2 (۱)

۴۰- اگر باقیمانده تقسیم عدد صحیح a بر ۱۴ و ۳۳ به ترتیب ۵ و ۹ باشد، باقیمانده تقسیم a بر ۷۷ کدام است؟

۵۷ (۴) ۴۲ (۳) ۷۵ (۲) ۱۹ (۱)

